

Pensieve Header: Some Knot[8,17] calculations.

Warning: β Form prints $\omega\mu$ here!

```

 $\beta$ Simplify = Factor;
SetAttributes[ $\beta$ Collect, Listable];
 $\beta$ Collect[B[ $\omega$ _,  $\mu$ _]] := B[
   $\beta$ Simplify[ $\omega$ ],
  Collect[ $\mu$ , _h, Collect[#, _t,  $\beta$ Simplify] &]
];
(* "L" for "Labels" *)
hL[ $\beta$ _] := Union[Cases[ $\beta$ , h[s_]  $\Rightarrow$  s, Infinity]];
tL[ $\beta$ _] := Union[Cases[ $\beta$ , t[s_] | Ts  $\Rightarrow$  s, Infinity]];
dL[ $\beta$ _] := Union[hL[ $\beta$ ], tL[ $\beta$ ]];
 $\beta$ Form[B[ $\omega$ _,  $\mu$ _]] := Module[
  {tails, heads, mat},
  tails = tL[B[ $\omega$ ,  $\mu$ ]]; heads = hL[B[ $\omega$ ,  $\mu$ ]];
  mat = Outer[ $\beta$ Simplify[Coefficient[ $\omega * \mu$ , h[#1] t[#2]]] &, heads, tails];
  PrependTo[mat, t /@ tails];
  mat = Prepend[Transpose[mat], Prepend[h /@ heads,  $\omega$ ]];
  MatrixForm[mat]
];
 $\beta$ Form[else_] := else /.  $\beta$ _B  $\Rightarrow$   $\beta$ Form[ $\beta$ ];
tm[ $x$ _,  $y$ _,  $z$ _][ $\beta$ _] :=  $\beta$  /. {t[ $x$ ]  $\rightarrow$  t[ $z$ ], t[ $y$ ]  $\rightarrow$  t[ $z$ ], Tx  $\rightarrow$  Tz, Ty  $\rightarrow$  Tz};
hm[ $x$ _,  $y$ _,  $z$ _][B[ $\omega$ _,  $\mu$ _]] := Module[
  { $\gamma$ x = D[ $\mu$ , h[ $x$ ]],  $\gamma$ y = D[ $\mu$ , h[ $y$ ]], M =  $\mu$  /. h[ $x$ ] | h[ $y$ ]  $\rightarrow$  0},
  B[ $\omega$ , M + h[ $z$ ] ( $\gamma$ x +  $\gamma$ y + ( $\gamma$ x /. t[i_]  $\Rightarrow$  1)  $\gamma$ y)] //  $\beta$ Collect
];
thswap[ $y$ _,  $x$ _][B[ $\omega$ _,  $\mu$ _]] := Module[
  { $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\delta$ ,  $\epsilon$ },
   $\alpha$  = Coefficient[ $\mu$ , h[ $x$ ] t[ $y$ ]];
   $\beta$  = D[ $\mu$ , t[ $y$ ]] /. h[ $x$ ]  $\rightarrow$  0;
   $\gamma$  = D[ $\mu$ , h[ $x$ ]] /. t[ $y$ ]  $\rightarrow$  0;
   $\delta$  =  $\mu$  /. h[ $x$ ] | t[ $y$ ]  $\rightarrow$  0;
   $\epsilon$  = 1 +  $\alpha$ ;
  B[ $\omega * \epsilon$ , Plus[
     $\alpha$  (1 + ( $\gamma$  /. t[i_]  $\Rightarrow$  1) /  $\epsilon$ ) h[ $x$ ] t[ $y$ ],
     $\beta$  (1 + ( $\gamma$  /. t[i_]  $\Rightarrow$  1) /  $\epsilon$ ) t[ $y$ ],
     $\gamma$  /  $\epsilon$  h[ $x$ ],
     $\delta$  - 1 /  $\epsilon$   $\gamma * \beta$ 
  ]] //  $\beta$ Collect
];
dm[ $x$ _,  $y$ _,  $z$ _][ $\beta$ _] :=  $\beta$  // thswap[ $x$ ,  $y$ ] // hm[ $x$ ,  $y$ ,  $z$ ] // tm[ $x$ ,  $y$ ,  $z$ ];
B /: B[ $\omega$ 1_,  $\mu$ 1_] B[ $\omega$ 2_,  $\mu$ 2_] := B[ $\omega$ 1 *  $\omega$ 2,  $\mu$ 1 +  $\mu$ 2];
Rp[ $x$ _,  $y$ _] := B[1, (T - 1) * t[ $x$ ] h[ $y$ ]];
Rm[ $x$ _,  $y$ _] := B[1, (1 / T - 1) * t[ $x$ ] h[ $y$ ]];
Format[ $\beta$ _B, StandardForm] :=  $\beta$ Form[ $\beta$ ];
{Rp[1, 2], Rm[1, 2]}

```

$$\left\{ \begin{pmatrix} 1 & h[2] \\ t[1] & -1 + T \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & h[2] \\ t[1] & -\frac{-1+T}{T} \end{pmatrix} \right\}$$

Knot[8, 17] calculation:

Rm[12, 1]

$$\begin{pmatrix} 1 & h[1] \\ t[12] & -\frac{-1+T}{T} \end{pmatrix}$$

Rm[12, 1] Rm[2, 7] // dm[1, 2, 1]

$$\begin{pmatrix} 1 & h[1] & h[7] \\ t[1] & 0 & -\frac{-1+T}{T} \\ t[12] & -\frac{-1+T}{T} & 0 \end{pmatrix}$$

(Rm[12, 1] Rm[2, 7] // dm[1, 2, 1]) Rm[8, 3] // dm[1, 3, 1]

$$\begin{pmatrix} 1 & h[1] & h[7] \\ t[1] & 0 & -\frac{-1+T}{T^2} \\ t[8] & -\frac{-1+T}{T^2} & -\frac{(-1+T)^2}{T^2} \\ t[12] & -\frac{-1+T}{T} & 0 \end{pmatrix}$$

((Rm[12, 1] Rm[2, 7] // dm[1, 2, 1]) Rm[8, 3] // dm[1, 3, 1]) Rm[4, 11] // dm[1, 4, 1]

$$\begin{pmatrix} 1 & h[1] & h[7] & h[11] \\ t[1] & 0 & -\frac{-1+T}{T^2} & -\frac{-1+T}{T} \\ t[8] & -\frac{-1+T}{T^2} & -\frac{(-1+T)^2}{T^2} & 0 \\ t[12] & -\frac{-1+T}{T} & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

((Rm[12, 1] Rm[2, 7] // dm[1, 2, 1]) Rm[8, 3] // dm[1, 3, 1]) Rm[4, 11] // dm[1, 4, 1]) Rp[16, 5] // dm[1, 5, 1]

$$\begin{pmatrix} 1 & h[1] & h[7] & h[11] \\ t[1] & 0 & -\frac{-1+T}{T} & 1-T \\ t[8] & -\frac{-1+T}{T^2} & -\frac{(-1+T)^2}{T^2} & 0 \\ t[12] & -\frac{-1+T}{T} & 0 & 0 \\ t[16] & \frac{-1+T}{T^2} & \frac{(-1+T)^2}{T^2} & \frac{(-1+T)^2}{T} \end{pmatrix}$$

((((Rm[12, 1] Rm[2, 7] // dm[1, 2, 1]) Rm[8, 3] // dm[1, 3, 1]) Rm[4, 11] // dm[1, 4, 1]) Rp[16, 5] // dm[1, 5, 1]) Rp[6, 13] // dm[1, 6, 1]

$$\begin{pmatrix} 1 & h[1] & h[7] & h[11] & h[13] \\ t[1] & 0 & -\frac{-1+T}{T} & 1-T & -1+T \\ t[8] & -\frac{-1+T}{T^2} & -\frac{(-1+T)^2}{T^2} & 0 & 0 \\ t[12] & -\frac{-1+T}{T} & 0 & 0 & 0 \\ t[16] & \frac{-1+T}{T^2} & \frac{(-1+T)^2}{T^2} & \frac{(-1+T)^2}{T} & 0 \end{pmatrix}$$

((((Rm[12, 1] Rm[2, 7] // dm[1, 2, 1]) Rm[8, 3] // dm[1, 3, 1]) Rm[4, 11] // dm[1, 4, 1])
Rp[16, 5] // dm[1, 5, 1]) Rp[6, 13] // dm[1, 6, 1] // dm[1, 7, 1]

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{T} & h[1] & h[11] & h[13] \\ t[1] & -\frac{-1+T}{T^3} & -\frac{-1+T}{T} & \frac{-1+T}{T} \\ t[8] & -\frac{-1+T}{T^2} & -\frac{(-1+T)^3}{T^2} & \frac{(-1+T)^3}{T^2} \\ t[12] & -\frac{-1+T}{T^2} & 0 & 0 \\ t[16] & \frac{-1+T}{T^2} & \frac{(-1+T)^2}{T} & -\frac{(-1+T)^3}{T^2} \end{pmatrix}$$

((((Rm[12, 1] Rm[2, 7] // dm[1, 2, 1]) Rm[8, 3] // dm[1, 3, 1]) Rm[4, 11] // dm[1, 4, 1])
Rp[16, 5] // dm[1, 5, 1])
Rp[6, 13] // dm[1, 6, 1] // dm[1, 7, 1] // dm[11, 12, 11]

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{T} & h[1] & h[11] & h[13] \\ t[1] & -\frac{-1+T}{T^3} & -\frac{-1+T}{T} & \frac{-1+T}{T} \\ t[8] & -\frac{-1+T}{T^2} & -\frac{(-1+T)^3}{T^2} & \frac{(-1+T)^3}{T^2} \\ t[11] & -\frac{-1+T}{T^2} & 0 & 0 \\ t[16] & \frac{-1+T}{T^2} & \frac{(-1+T)^2}{T} & -\frac{(-1+T)^3}{T^2} \end{pmatrix}$$

((((Rm[12, 1] Rm[2, 7] // dm[1, 2, 1]) Rm[8, 3] // dm[1, 3, 1]) Rm[4, 11] // dm[1, 4, 1])
Rp[16, 5] // dm[1, 5, 1]) Rp[6, 13] //
dm[1, 6, 1] // dm[1, 7, 1] // dm[11, 12, 11] // dm[11, 13, 11]

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{T} & h[1] & h[11] \\ t[1] & \frac{(-1+T)(-1-T+T^2)}{T^3} & -\frac{(-1+T)^2}{T^2} \\ t[8] & \frac{(-1+T)(-1+2T-3T^2+T^3)}{T^3} & -\frac{(-1+T)^4}{T^3} \\ t[11] & -\frac{-1+T}{T} & 0 \\ t[16] & -\frac{(-1+T)(-1+2T-3T^2+T^3)}{T^3} & \frac{(-1+T)^2(1-T+T^2)}{T^3} \end{pmatrix}$$

((((Rm[12, 1] Rm[2, 7] // dm[1, 2, 1]) Rm[8, 3] // dm[1, 3, 1]) Rm[4, 11] // dm[1, 4, 1])
Rp[16, 5] // dm[1, 5, 1]) Rp[6, 13] // dm[1, 6, 1] //
dm[1, 7, 1] // dm[11, 12, 11] // dm[11, 13, 11] // dm[1, 8, 1]

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{T} & h[1] & h[11] \\ t[1] & \frac{(-2+T)(-1+T)(1+T^2)}{T^3} & -\frac{(-1+T)^2(1-T+T^2)}{T^3} \\ t[11] & -\frac{-1+T}{T} & 0 \\ t[16] & -\frac{(-1+T)(-1+2T-3T^2+T^3)}{T^3} & \frac{(-1+T)^2(1-T+T^2)}{T^3} \end{pmatrix}$$

(((((Rm[12, 1] Rm[2, 7] // dm[1, 2, 1]) Rm[8, 3] // dm[1, 3, 1]) Rm[4, 11] // dm[1, 4, 1])
 Rp[16, 5] // dm[1, 5, 1]) Rp[6, 13] // dm[1, 6, 1] // dm[1, 7, 1] //
 dm[11, 12, 11] // dm[11, 13, 11] // dm[1, 8, 1]) Rp[14, 9]

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{T} & h[1] & h[9] & h[11] \\ t[1] & \frac{(-2+T)(-1+T)(1+T^2)}{T^3} & 0 & -\frac{(-1+T)^2(1-T+T^2)}{T^3} \\ t[11] & -\frac{-1+T}{T} & 0 & 0 \\ t[14] & 0 & \frac{-1+T}{T} & 0 \\ t[16] & -\frac{(-1+T)(-1+2T-3T^2+T^3)}{T^3} & 0 & \frac{(-1+T)^2(1-T+T^2)}{T^3} \end{pmatrix}$$

(((((Rm[12, 1] Rm[2, 7] // dm[1, 2, 1]) Rm[8, 3] // dm[1, 3, 1]) Rm[4, 11] // dm[1, 4, 1])
 Rp[16, 5] // dm[1, 5, 1]) Rp[6, 13] // dm[1, 6, 1] //
 dm[1, 7, 1] // dm[11, 12, 11] // dm[11, 13, 11] // dm[1, 8, 1])
 Rp[14, 9] // dm[11, 14, 11] // dm[1, 9, 1]

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{T} & h[1] & h[11] \\ t[1] & \frac{(-2+T)(-1+T)(1+T^2)}{T^2} & -\frac{(-1+T)^2(1-T+T^2)}{T^2} \\ t[11] & -\frac{(-1+T)^3(1-T+T^2)}{T^3} & \frac{(-1+T)^3(1-T+T^2)}{T^3} \\ t[16] & -\frac{(-1+T)(-1+2T-3T^2+T^3)}{T^3} & \frac{(-1+T)^2(1-T+T^2)}{T^3} \end{pmatrix}$$

(((((Rm[12, 1] Rm[2, 7] // dm[1, 2, 1]) Rm[8, 3] // dm[1, 3, 1]) Rm[4, 11] // dm[1, 4, 1])
 Rp[16, 5] // dm[1, 5, 1]) Rp[6, 13] // dm[1, 6, 1] //
 dm[1, 7, 1] // dm[11, 12, 11] // dm[11, 13, 11] // dm[1, 8, 1])
 Rp[14, 9] // dm[11, 14, 11] // dm[1, 9, 1]) Rp[10, 15]

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{T} & h[1] & h[11] & h[15] \\ t[1] & \frac{(-2+T)(-1+T)(1+T^2)}{T^2} & -\frac{(-1+T)^2(1-T+T^2)}{T^2} & 0 \\ t[10] & 0 & 0 & \frac{-1+T}{T} \\ t[11] & -\frac{(-1+T)^3(1-T+T^2)}{T^3} & \frac{(-1+T)^3(1-T+T^2)}{T^3} & 0 \\ t[16] & -\frac{(-1+T)(-1+2T-3T^2+T^3)}{T^3} & \frac{(-1+T)^2(1-T+T^2)}{T^3} & 0 \end{pmatrix}$$

(((((Rm[12, 1] Rm[2, 7] // dm[1, 2, 1]) Rm[8, 3] // dm[1, 3, 1]) Rm[4, 11] // dm[1, 4, 1])
 Rp[16, 5] // dm[1, 5, 1]) Rp[6, 13] // dm[1, 6, 1] // dm[1, 7, 1] //
 dm[11, 12, 11] // dm[11, 13, 11] // dm[1, 8, 1]) Rp[14, 9] //
 dm[11, 14, 11] // dm[1, 9, 1]) Rp[10, 15] // dm[1, 10, 1]

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{T} & h[1] & h[11] & h[15] \\ t[1] & \frac{(-2+T)(-1+T)(1+T^2)}{T^2} & -\frac{(-1+T)^2(1-T+T^2)}{T^2} & \frac{-1+T}{T} \\ t[11] & -\frac{(-1+T)^3(1-T+T^2)}{T^3} & \frac{(-1+T)^3(1-T+T^2)}{T^3} & 0 \\ t[16] & -\frac{(-1+T)(-1+2T-3T^2+T^3)}{T^3} & \frac{(-1+T)^2(1-T+T^2)}{T^3} & 0 \end{pmatrix}$$

(((((Rm[12, 1] Rm[2, 7] // dm[1, 2, 1]) Rm[8, 3] // dm[1, 3, 1]) Rm[4, 11] // dm[1, 4, 1])
 Rp[16, 5] // dm[1, 5, 1]) Rp[6, 13] // dm[1, 6, 1] // dm[1, 7, 1] //
 dm[11, 12, 11] // dm[11, 13, 11] // dm[1, 8, 1]) Rp[14, 9] //
 dm[11, 14, 11] // dm[1, 9, 1]) Rp[10, 15] // dm[1, 10, 1] // dm[11, 15, 11]

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{T} & h[1] & h[11] \\ t[1] & \frac{(-1+T) (-1+2 T-6 T^2+5 T^3-3 T^4+T^5)}{T^3} & -\frac{(-1+T) (-1+3 T-6 T^2+5 T^3-3 T^4+T^5)}{T^3} \\ t[11] & -\frac{(-1+T)^2 (1-T+T^2)}{T^2} & \frac{(-1+T)^2 (1-T+T^2)}{T^2} \\ t[16] & -\frac{(-1+T) (-1+2 T-3 T^2+T^3)}{T^3} & \frac{(-1+T)^2 (1-T+T^2)}{T^3} \end{pmatrix}$$

(((((Rm[12, 1] Rm[2, 7] // dm[1, 2, 1]) Rm[8, 3] // dm[1, 3, 1]) Rm[4, 11] // dm[1, 4, 1])
 Rp[16, 5] // dm[1, 5, 1]) Rp[6, 13] // dm[1, 6, 1] //
 dm[1, 7, 1] // dm[11, 12, 11] // dm[11, 13, 11] // dm[1, 8, 1])
 Rp[14, 9] // dm[11, 14, 11] // dm[1, 9, 1]) Rp[10, 15] //
 dm[1, 10, 1] // dm[11, 15, 11] // dm[11, 16, 11]

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{T} & h[1] & h[11] \\ t[1] & \frac{(-1+T) (-1+2 T-6 T^2+5 T^3-3 T^4+T^5)}{T^3} & -\frac{(-1+T) (-1+3 T-6 T^2+5 T^3-3 T^4+T^5)}{T^3} \\ t[11] & -\frac{(-1+T) (-1+3 T-6 T^2+5 T^3-3 T^4+T^5)}{T^3} & \frac{(-1+T)^2 (1-T+T^2)^2}{T^3} \end{pmatrix}$$

(((((Rm[12, 1] Rm[2, 7] // dm[1, 2, 1]) Rm[8, 3] // dm[1, 3, 1]) Rm[4, 11] // dm[1, 4, 1])
 Rp[16, 5] // dm[1, 5, 1]) Rp[6, 13] // dm[1, 6, 1] //
 dm[1, 7, 1] // dm[11, 12, 11] // dm[11, 13, 11] // dm[1, 8, 1])
 Rp[14, 9] // dm[11, 14, 11] // dm[1, 9, 1]) Rp[10, 15] //
 dm[1, 10, 1] // dm[11, 15, 11] // dm[11, 16, 11] // dm[1, 11, 1]

$$\begin{pmatrix} -\frac{1-4 T+8 T^2-11 T^3+8 T^4-4 T^5+T^6}{T^3} & h[1] \\ t[1] & 0 \end{pmatrix}$$